ZAUBERHAFTE MATHEMATIK – MATHEMATISCHE ZAUBEREIEN

DIETER KADAN, WIEN & LONDON

Zauberkunststücke fesseln die Aufmerksamkeit unserer Schülerinnen und Schüler und machen sie neugierig. Dabei entpuppen sich oft mathematische Gesetzmäßigkeiten als die gesuchten Erklärungen! Wer weiß, dass z.B. die Ziffernsumme einer zufälligen Zahl dazu dienen kann, eine geheim gewählte Spielkarte unter vielen zu entdecken? Der Aufsatz wendet sich an Lehrkräfte, die im Unterricht mit Mathematik „bezaubern" wollen, auch wenn sie noch nie ein Zauberkunststück selbst vorgeführt haben. Es werden Kunststücke vorgestellt, die als Einstieg zu verschiedenen Kapiteln der Schulmathematik geeignet sind. Der Autor Mag. Dieter Kadan unterrichtet derzeit Mathematik und Physik an der Deutschen Schule London und ist ehemaliger österreichischer Vizestaatsmeister der Zauberkunst.

1. MIT MIR MÜSSEN SIE RECHNEN!

Ich bin Mathematiklehrer und Zauberkünstler. Bei allen beschriebenen Kunststücken geht es ums Zaubern mit Zahlen. Werden Sie selbst mit mir gemeinsam zum „Mathemagier", zum Zauberer mit Zahlen, indem Sie ein mathematisches Zauberkunststück vorführen, egal ob im privaten Kreis oder in der Schule!
Manche, weniger an Mathematik interessierte Menschen haben Mathematik leider in schlechter Erinnerung. Ich glaube, dass wir als „Mathemagier" mit der Vorführung eines unterhaltsamen, mathematischen Zauberkunststückes an dieser Erfahrung etwas ändern können. Die Begeisterung für Mathematik lässt sich im wahrsten Sinn des Wortes „durch Zauberei" auf unsere Zuschauer bzw. auf unsere Schüler im Unterricht, übertragen. Keinesfalls aber wird „Mathematik als unerklärbare Magie" auf den nun folgenden Seiten dargestellt, sondern „Zauberei wird durch Mathematik erklärbar" ist das Motto.

1.1 WER SOLLTE DIESEN AUFSATZ LESEN?

- Wer zur Unterhaltung gerne mit Zahlen bezaubern möchte.
- Wer gerne seine Zuschauer beim Zaubern mitmachen lässt.
- Wer *nicht* als Schnellrechner auftreten möchte.
- Wer nicht nur Rätselfragen stellen möchte.

1.2 WAS ENTHÄLT DIESER AUFSATZ?

- Eine Gedächtnisstütze für die Kunststücke, die im Workshop vorgeführt werden.
- Erklärungen, wie man mit mathematischen Zauberkunststücken unterhalten kann.
- Anregungen, wie man für die Schulmathematik Interesse wecken kann.
- Mathemagie

2. TIPPS ZUM ZAUBERN IM UNTERRICHT

Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG), Heft 48, 2015, S 46 - 57

Die Kunststücke sind für ein Publikum von zehn bis dreißig Personen gedacht und sollten im Stehen präsentiert werden. Bei kleineren Gruppen sitzt man mit seinen Zuschauern gemeinsam an einem Tisch.

Zaubereien, bei denen der Zuschauer etwas berechnen muss, kann man sich oft mit mathematischen Termen erklären. Ich habe diese Terme bei jedem Kunststück unter der Rubrik „**Ein bisschen Mathematik**“ angeführt. Das heißt aber nicht, dass Sie gleich dort nachlesen sollen. Gerade diese Neugierde, diese Sie vielleicht jetzt bei sich selbst verspüren, nützen Sie bei Ihren Schülern, damit diese versuchen, *selbst* die mathematischen Zusammenhänge zu erkennen. Als kleiner Anstoß genügt z.B. der Hinweis, am besten einen Term mit x, den **Zauberterm** aufzustellen. Kunststücke mit gedachten Zahlen sind aus Sicht der Schüler „Tricks mit x“, wobei x für die gedachte Zahl steht. Der **Zauberterm** stellt den mathematischen Inhalt eines Kunststückes dar, er ist das Kernthema des Unterrichtes. Die Verpackung eines Algorithmus in ein Zauberkunststück stellt nur das Vehikel dar, mit dem wir die Mathematik transportieren.

Normalerweise kann ein Zuschauer ein Zauberkunststück nur schwer rekonstruieren, weil er sich nicht an den *genauen* Ablauf erinnern kann. Unseren Schülern geht es genauso. Bei der Besprechung eines Zauberkunststückes im Unterricht lasse ich sie versuchen, die einzelnen Phasen des Kunststückes Schritt für Schritt zuerst ohne Hilfe selbst aufzuschreiben. Dann vergleichen die Schüler untereinander, ob sie den Ablauf des Kunststückes korrekt rekonstruiert haben. Im anschließenden Plenum verrate ich natürlich, welchen Ablauf ich geplant hatte. Dieses Gerüst finden Sie in der Rubrik „**Die Vorführung (Was man sagt)“.** Als Hausaufgabe lasse ich meine Schüler die Schritte diesmal auf ein handliches Stück Karton schreiben. So entsteht die **Zauberkarte**, von der man bei der Vorführung die Anweisungen an den Zuschauer ablesen kann. Manche Schüler erkennen übrigens, dass sie mit einer schön dekorierten Zauberkarte mehr Erfolg beim Publikum haben.

Der **Zauberterm** und die **Zauberkarte** sind also die methodischen Werkzeuge zur Sicherung des Unterrichtsertrages.

2.1 SCHERZFRAGE

Wo stellt sich ein Mathematiker im Zimmer hin, wenn es kalt ist?

3. DIE FORCE IN THEORIE UND PRAXIS

Viele mathematische Zaubereien basieren auf einer *Zahlenforce*. Wir Zauberkünstler verstehen unter einer Force eine „erzwungene Wahl“. Der Zuschauer meint, Sie hätten ihm völlig freie Wahl im Laufe eines Kunststückes gelassen, tatsächlich haben Sie ihm Ihren Willen aufgezwungen, um zu einem bestimmten Ergebnis zu kommen. In unserem Fall ist das Ergebnis eine Zahl. Wir sagen, Sie haben ihrem „Opfer“ eine Zahl forciert. Dieses Geheimnis versuchen Sie, bei der Vorführung so gut es geht zu verschleiern.

In der Praxis können Sie mit einer Force viele verschiedene, schöne Zauberkunststücke kreieren, indem Sie ihre Phantasie spielen lassen. Eine einfache Zahlenforce wäre zum Beispiel mit einem Würfel möglich. Der Zuschauer würfelt eine beliebige Zahl. Dann soll er zu dieser beim Würfel oben liegenden Zahl die unten liegende Zahl addieren. Sie haben soeben die die Zahl sieben forciert, wie Sie und viele Zuschauer wahrscheinlich wissen.

Gehen wir nun einen Schritt weiter. Beginnen Sie mit drei Würfeln. Der Zuschauer soll die Würfel so wie er möchte aufeinander stapeln und nur jene Zahlen addieren, die sich berühren, also zwischen den Würfeln zu liegen kommen. Das ergibt im wahrsten Sinne des Wortes eine „Zwischensumme" – übrigens im Wert von mindestens neun bis höchstens 19. (Bitten sie ihre Schüler das zu überprüfen). Schlussendlich soll er auch noch die oberste und die unterste Zahl addieren. Diese „Außensumme" ist mindesten zwei und höchstens zwölf. Also nur in einem von elf Fällen die bekannte Zahl sieben. Lassen Sie auch noch die Zwischensumme und die Außensumme addieren, ist das Ergebnis dennoch eine forcierte Zahl, nämlich dreimal sieben, also 21! Die Reihenfolge der Summanden ist egal, es gilt für die natürlichen Zahlen das Kommutativgesetz bezüglich der Addition.

Damit aber nicht genug. Fragen Sie ihren Zuschauer, der Ihnen „21" als Ergebnis seiner Additionen nennt, wie der 21.Bezirk von Wien heißt. Weisen Sie ihn darauf hin, dass Wien sehr viele Bezirke hat. Damit suggerieren sie noch einmal, dass bei diesem Algorithmus das Ergebnis dem Zufall überlassen wurde. Und Sie lenken so von den Würfeln ab! Fragen Sie, ob er sogar jemanden kennt, der in Floridsdorf wohnt.

Und wie bringen Sie jetzt das Kunststück zu einem gelungenen Ende? Ganz einfach: Präsentieren Sie einen Stadtplan von Wien mit Ihrer Vorhersage. „Dank meiner mentalen Fähigkeiten", so beginnt ihr Schlusssatz, „habe ich bereits *vor* der Vorstellung das Wort FLORIDSDORF eingekreist." Zeigen Sie den Plan mit der vorbereiteten Markierung vor.

3.1 ANTWORT AUF DIE SCHERZFRAGE

In eine Ecke. Da sind 90°.

4. EINE ZÜNDENDE IDEE ZU BEGINN

Gebiet:
Terme umformen, Gleichungen

Zubehör:
Ein Stück weißer Karton ca. 9x13cm, 1 Frixion-Stift der Firma PILOT (vulgo radierbarer Kugelschreiber) und 1 Kugelschreiber in gleicher Farbe, ein Feuerzeug.

Der Effekt (Was man sieht):
Ein Helfer berechnet aus einer gedachten Zahl eine komplett neue Zahl. Bevor der Helfer sein Resultat bekannt gibt, präsentiert der Mathemagier das Ergebnis auf unterhaltsame Art und Weise.

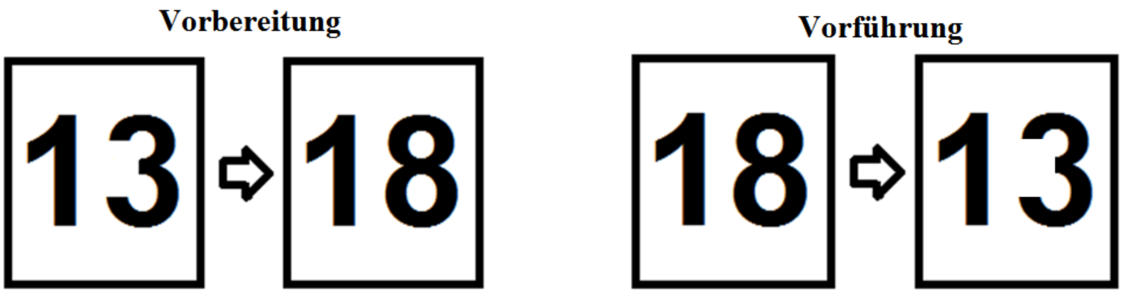
Die Vorführung (Was man sagt und was man tut):

1. Sie bitten einen Freiwilligen zu sich und sagen:
   „Ich möchte gerne, dass Sie ein paar einfache Kopfrechnungen durchführen.
   Dazu denken Sie bitte an eine Zahl. Sie kann auch zweistellig sein.
   Ich verspreche Ihnen, … *ich* werde mich nicht verrechnen." (Timen Sie den Gag richtig.)
2. „Bitte addieren Sie sieben zu ihrer gedachten Zahl."
3. „Bitte verdoppeln Sie das Ergebnis."
4. „Von diesem Ergebnis ziehen Sie bitte eins ab."
5. „Damit ich nicht zurückrechnen kann, kommt jetzt zum Schluss die mir nicht bekannte Zahl ins Spiel. Von ihrem Ergebnis ziehen Sie bitte das Doppelte Ihrer gedachten Zahl ab."

6. Zeigen Sie ihre präparierte Karte dem Publikum und sagen Sie: „ Obwohl ich nicht wissen konnte, welche Zahl sich mein Assistent ausgedacht, bin ich mir sicher: Das Ergebnis ist 18!“
7. Ihr Assistent schüttelt mitleidig seinen Kopf, worauf Sie zum Feuerzeug greifen und sich denken, wer zuletzt lacht, lacht am besten! „Nicht 18? Ich habe eine *zündende* Idee!“
8. Sie halten die Flamme gegen die Karte bis nur mehr die Zahl 13 zu sehen ist. Sagen sie lächelnd: "Es war natürlich die magische Zahl 13…“

Ein bisschen Mathematik:
$(x + 7)\cdot 2 - 1 - 2x = 13$. Das Ergebnis ist unabhängig von x immer 13.

Fast hätt‘ ich’s vergessen:
So präparieren Sie die Karte: Sie malen auf den Karton mit Kugelschreiber die Zahl 13 und ergänzen sie mit dem Frixion-Stift zur Zahl 18. Siehe Abbildung.



Bei Wärme verschwindet die Tinte des Frixion-Stiftes automatisch.

Dieses Kunststück hat zwar den Nachteil, dass manche Zuseher glauben, sie durchschauen schon alles, sobald sie merken, dass das Ergebnis immer 13 ist. Aber meiner Meinung nach rechtfertigt das dramatische Ende diese Schwäche.

5. RINGSCHLOSS

Gebiet:
Taschenrechner, Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung
Zubehör:
1 Taschenrechner, 1 Vorhängeschloss mit dreistelliger Ziffernkombination (z.B. 933)

Der Effekt (Was man sieht): Ein Freiwilliger sperrt seinen Fingerring in ein Vorhängeschloss ein. Weil er die Kombination sich nicht gemerkt hat, wird unter Mitwirkung des Publikums eine Zufallszahl mit dem Taschenrechner bestimmt. Mit genau dieser Zufallszahl lässt sich das Vorhängeschloss öffnen und der Ring wieder befreien.

Die Vorführung (Was man sagt und was man tut):
1. Sie bitten einen Freiwilligen seinen Ring vom Finger abzunehmen.
2. Sie übergeben ihm das geöffnete Vorhängeschloss, in das er seinen Ring einhängen soll.
3. Sie bitten ihn die Zahlen zu verdrehen, und fragen erst dann (!) nach der Kombination.
4. Der Helfer wird Sie erstaunt anschauen, weil er nicht weiß, wie er seinen Ring wieder befreien kann. Schadenfrohe Zuschauer finden diese Situation ziemlich unterhaltsam.
5. Erklären sie, dass es genau 1000 mögliche Ziffernkombinationen gibt. (Kombinatorik)
6. „ Damit wir nicht alle tausend Ziffernkombinationen durchprobieren müssen um den Ring wieder zu befreien, bestimmen wir einfach eine Zufallszahl mit dem Taschenrechner.“

7. Übergeben Sie den eingeschalteten TR einem anderen Zuschauer.
8. Bitten Sie zur Kontrolle die Taste MR zu drücken. „Die Null zeigt, dass der Speicher leer ist.“
9. „Geben sie bitte wahllos drei Ziffern ein und drücken sie die Plustaste.“
   Überreichen sie den TR dem nächsten Zuschauer mit den Worten:
   „Geben sie bitte auch wahllos drei Ziffern ein und drücken sie die Multiplikationstaste.“
10. Überreichen sie den TR dem nächsten Zuschauer mit den Worten:
    „Geben sie bitte auch wahllos drei Ziffern ein und drücken sie die Divisionstaste.“
11. Überreichen sie den TR dem nächsten Zuschauer mit den Worten:
    „Geben sie bitte auch wahllos drei Ziffern ein und drücken sie die „Istgleich“-Taste.“
12. „Auf diese Art haben wir sicher ein *zufälliges* Ergebnis erhalten. Wie lautet es?“
13. Der Zuschauer mit dem TR antwortet. „Es lautet 933,654“
14. Zu dem Freiwilligen, der noch immer das Schloss mit seinem Ring hat, sagen Sie:
    „Ich schlage vor sie probieren, ob sich das Schloss mit 933 öffnen lässt.“
15. „Mit Hilfe des Zufalls ließ sich das Schloss wie von Zauberhand öffnen… und sie haben ihren Ring wieder bekommen. Wenn sie wollen, dann schenke ich ihnen auch noch den Taschenrechner.“ Geben sie dem Helfer den TR, und nehmen Sie sich das Vorhängeschloss zurück.

Ein bisschen Mathematik:

Der Taschenrechner ist nicht präpariert, sollte aber folgende Kriterien erfüllen: Sie benötigen einen TR, der nur die jeweils zuletzt eingegebene Zahl anzeigt, nicht aber die Rechenoperation. Damit scheiden die meisten Smartphones und TR für die Schule aus. Wenn der TR keinen Speicher hat, macht es nichts. Aber der TR sollte *Klammern* beherrschen. Damit scheiden die allzu gewöhnlichen TR aus.
Vor der Darbietung geben Sie heimlich die gewünschte Zahl ein (z.B. 933,654), gefolgt von „plus“, Null, „mal“, Klammer auf. Der TR zeigt jetzt Null an. Schalten Sie den TR *nicht* aus. Folgen Sie obigen Anweisungen ab Schritt 7#. Alles was von nun an passiert, wird mit Null multipliziert und damit wirkungslos. Sobald aber die „Istgleich“-Taste gedrückt wird, erscheint die Wunschzahl 933,654. Es ist nicht nötig, die Klammer zu schließen. [Der Mathemagier Bob King hat diesen mathematischen Algorithmus „$x + 0\cdot(\ldots) = x$“ als erster in einer Zaubershow eingesetzt.]

Fast hätt‘ ich’s vergessen:

Warum schenken Sie den TR her? Dafür gibt es zwei Begründungen: Sie signalisieren nicht nur Ihre Großzügigkeit, sondern auch, dass der TR untersucht werden kann, also nicht präpariert ist. Unterschätzen Sie nicht, welche Wirkung das auf den Zuschauer macht! Viele Zuschauer geben den TR später wieder zurück. Wenn nicht, dann können Sie zum Schluss immer noch fragen: „Haben sie den TR kontrolliert? Ihr Handy kann wahrscheinlich besser rechnen. Darf ich den wieder mitnehmen?“

6. KURT GÖDEL UND HOUDINI

Gebiet:

Teilbarkeit, Taschenrechner, Ziffernsumme, Kopfrechnen

Zubehör:

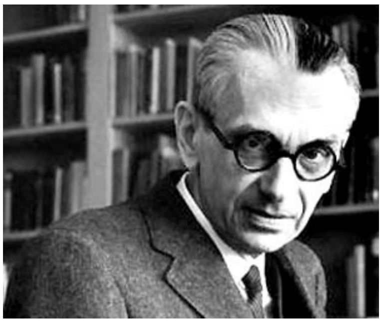
1 Taschenrechner, 1 Bild von Kurt Gödel bzw. Houdini

Der Effekt (Was man sieht):

Der Zuseher multipliziert ausgehend vom Lebensalter von Kurt Gödel, einem der berühmtesten Mathematiker Österreichs, solange mit beliebigen Zahlen, bis eine möglichst große Zahl am Display des Taschenrechners zu sehen ist. Er wählt heimlich eine Ziffer davon aus und nennt

dem Mathemagier nur die übrigen Ziffern in beliebiger Reihenfolge. Der Mathemagier weiß sofort, welche Ziffer heimlich gewählt wurde.
Das Experiment wird wiederholt - diesmal in Zusammenhang mit Houdini, dem berühmtesten Magier aller Zeiten. Wieder weiß der Mathemagier sofort, welche Ziffer heimlich gewählt wurde.

Die Vorführung (Was man sagt und was man tut):



1. „Kurt Gödel, einer der berühmtesten Mathematiker Österreichs, wurde 72 Jahre alt. Der kleine Kurt bekam schon bald den Spitznamen „Herr Warum“, weil er unablässig fragte. Er hat bewiesen, dass es in der Mathematik Sätze gibt, die man *nicht* beweisen kann.“ Siehe Oberes Bild 1.
2. „Bitte tippen Sie Gödels Alter 72 in den Taschenrechner ein.“
3. „Wir machen ein Experiment, für das wir eine möglichst große Zahl brauchen, die ich nicht wissen kann. Multiplizieren Sie bitte die 72 mit einer zweistelligen Zahl. Wieviel Stellen hat das Ergebnis?“ Der Helfer sagt drei bzw. vier.
4. „Multiplizieren Sie das Ergebnis wieder mit einer zweistelligen Zahl. Wieviel Stellen hat das Ergebnis jetzt?“
5. „Multiplizieren Sie das Ergebnis zum dritten und letzten Mal mit einer zweistelligen Zahl. Wieviel Stellen hat das Ergebnis jetzt?“ Der Zuschauer sagt (höchstens) acht.
6. „Von diesen acht Ziffern wählen Sie für sich eine Ziffer *geheim* aus, die Sie mir nicht verraten. Wählen Sie *keine* Null. Die Null zählt nicht. Alle anderen Ziffern sagen Sie mir jetzt. Damit es nicht zu leicht für mich wird, können Sie auch die Reihenfolge vertauschen.“
7. Der Helfer sagt z.B. 2-3-6-4-9-5-5.
8. „ Ich weiß genau, Sie haben sich die Ziffer ZWEI ausgedacht.“ Dazu bilden Sie die Ziffernsumme modulo 9 und ziehen Sie das Ergebnis von 9 ab. In unserem Fall erhalten sie 2.
9. Lassen Sie sich die Ziffer vom Helfer bestätigen und beenden Sie das Kunststück mit den Worten: „Kurt Gödel würde fragen: Warum haben Sie das gewusst?!“

Ein bisschen Mathematik:

Das vielstellige Ergebnis ist immer durch neun teilbar, weil Sie mit der Zahl 72 als Faktor begonnen haben. Die Teilbarkeitsregel für neun besagt, dass die Ziffernsumme aus dem Ergebnis durch 9 teilbar sein muss. Sie bilden deshalb die Ziffernsumme aus den vom Helfer genannten Ziffern. Der Einfachheit halber bilden Sie daraus wieder die Ziffernsumme solange, bis Sie eine einstellige Zahl erhalten, z.B. 7 für obiges Beispiel. Die Differenz zu 9 ergibt die gedachte Ziffer. Wenn das Ergebnis 9 ist, hat sich der Helfer 9 gedacht (Differenz null).

Fast hätt‘ ich’s vergessen:

Sie können das Kunststück ausnahmsweise wiederholen. Sie wissen schon, dass Sie zwecks Ablenkung eine kleine Änderung vornehmen müssen! Ich empfehle, die Zuseher an Houdini, den berühmtesten Magier aller Zeiten, zu erinnern. Siehe unteres Bild 2. Houdini starb im Jahr 1926 durch einen Faustschlag in die Magengrube, was einen Blinddarmriss hervorrief. Da 1926 durch neun teilbar ist, lassen Sie jetzt den Helfer mit 1926 beginnen.
Praktischerweise können Sie das Kunststück jederzeit aus dem Stegreif vorführen, also *immer* wenn Sie jemand bittet, etwas zu zaubern. Der Helfer braucht nur den Rechner auf seinem Handy zu benutzen.

7. TIER ERRATEN Kopiervorlage

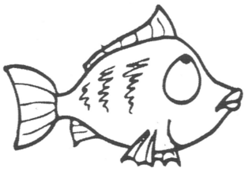
Taschenrechnerzauberei **Name:**

Stelle vor Beginn des Kunststücks den Taschenrechner so ein,
dass *keine* Nachkommastelle angezeigt wird: 2nd > FIX > 0

Würfle in Gedanken eine Zahl von 1 bis 6.
Gib die Ziffer dreimal nebeneinander in den Taschenrechner ein, z.B. 222.
Dividiere diese dreistellige Zahl durch die Summe dieser drei Ziffern,
z.B. durch 6, weil 2+2+2=6
Merke dir jenes Tier, bei welchem dein Ergebnis steht.

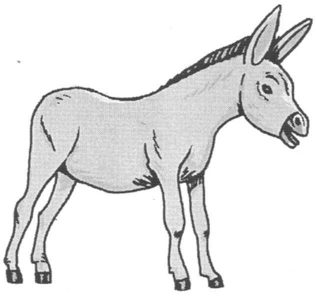
Multipliziere das Ergebnis mit der magischen Zahl 199!
Und subtrahiere dann die Zahl 10.

Simsalabim!
Der Taschenrechner sagt dir, an welches Tier du denkst,
Du brauchst nur das Ergebnis am Kopf stehend zu lesen.



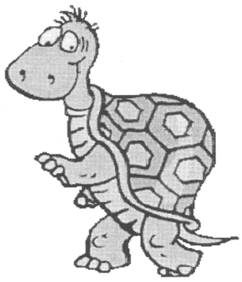
←19

28 →



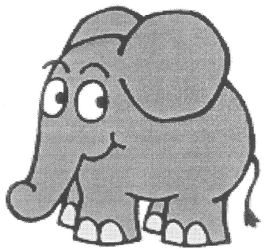
←37

46 →



←55

64 →



NICHT VERZAGEN - KADAN FRAGEN!

7.1 TIER ERRATEN

Gebiet:
Taschenrechnerbedienung, Rechnen mit Termen, Stellenwertsystem

Zubehör:
1 Taschenrechner, das Arbeitsblatt mit den Tieren (Kopiervorlage siehe oben)

Der Effekt (Was man sieht):
Der Zuschauer führt mit einer selbst gewählten Zahl eine Berechnung durch. Mit Hilfe des Ergebnisses sucht er ein Tier aus einer Reihe von Tierbildern aus.
Nach einer weiteren Rechnung scheint der Taschenrechner(!) zu wissen, welches Tier gewählt wurde.

Die Vorführung (Was man sagt und was man tut):
Sie müssen nichts tun, außer die geeignete Anzahl von Kopien bereitzustellen. Allerdings sollte jeder Schüler für sich alleine arbeiten, weshalb auch jeder einzelne einen Taschenrechner parat haben sollte. Der Rechner am Handy kann notfalls auch verwendet werden, wenn die Ziffern in der Siebensegmentanzeige dargestellt werden, z.B. 7353 auf diese Art: 7353 (digital display)

Ein bisschen Mathematik:
Eine dreistellige Zahl der Form [x x x], ein Zifferndrilling, hat gemäß dem Dezimalsystem den Wert 100x + 10x + x = 111x. Die Ziffernsumme von [x x x] ist x + x + x, also 3x. Bei der Division eines Zifferndrillings durch seine Ziffernsumme ist das Ergebnis *immer* 37, weil 111x : 3x = 37. Insbesondere ist der Quotient 37 auch noch von x unabhängig. Es ist demnach *egal*, welche Zahl der Zuschauer zu Beginn wählt! Das Tier wird immer der ESEL sein.
Jetzt muss man nur noch 7353 auf das Display zaubern und am Kopf stehend lesen. Dieser letzte Schritt enthält nichts Überraschendes. 37·199 - 10 = 7353.

Fast hätt‘ ich’s vergessen:
Alle Tiere auf dem Arbeitsblatt *außer dem Esel* können also gar nicht gewählt werden und dienen nur der Ablenkung. Aus didaktischen Gründen verleitet man aber Schüler auszuprobieren, ob sich etwa das Wort Papagei mit dem TR darstellen lässt. Oder sie wiederholen das Kunststück aus Neugierde mit einem anderen Zifferndrilling. Sobald das klar ist, dass das Kunststück nur mit dem ESEL funktioniert, wächst die Neugierde, warum jedes Mal 37 heraus kommt. Viel Spaß beim Unterrichten!

7.2 ZUM SCHMUNZELN
Zwei Bauarbeiter kontrollieren ihren Lohnzettel.
Dabei fragt der Eine: „Du, was ergibt siebenmal sieben?“
„Ganz *feinen* Sand.“

8. DER ZUSCHAUER ZAUBERT

Gebiet:
Ziffernsumme, Kartenkunststück

Zubehör:
1 Paket Spielkarten

Der Effekt (Was man sieht):
Der Zuschauer findet *selbst* seine im Spiel versteckte Karte.

Die Vorführung (Was man sagt und was man tut):
1. Ein Paket Spielkarten wird gemischt.
2. Sie bitten einen Freiwilligen eine beliebige Karte aus dem gemischten Spiel zu ziehen. Drehen Sie sich dann mit dem Paket in der Hand mit dem Rücken zum Helfer, während er sich die gezogene Karte anschaut und sie sich merkt. Dabei teilen sie das Paket in zwei Teile: Zählen Sie heimlich *genau neun* Karten von oben ab, die Sie dann in der einen Hand halten. In der anderen Hand befindet sich Rest der Spielkarten.
3. Drehen Sie sich wieder zum Helfer und lassen sie den Helfer seine Karte *auf* den Rest des Pakets legen und geben sie ihre neun Karten darauf.
   Dadurch wird die Karte des Helfers zur zehnten Karte von oben.
   Der Helfer glaubt aber, er gibt die Karte scheinbar „irgendwo“ in das Kartenspiel zurück.
4. Lassen Sie den Helfer eine *beliebige* Zahl zwischen 10 und 20 wählen, z.B. 13.
   Dadurch erscheint alles Folgende vom Zufall bestimmt!
   Genauso viele Karten zählen Sie vom Paket einzeln auf den Tisch, unserem Fall 13 Karten.
5. Von seiner Zahl errechnet der Helfer die Quersumme, also 1+3=4.
   Dann soll er selbst (!) von dem Stapel mit den abgezählten Karten genauso viele Karten wie die Quersumme wegnehmen, und zwar der Reihe nach von oben.
6. Bei der letzten Karte, die der Helfer nimmt (in unserem Fall bei der vierten Karte), rufen sie „Stopp!“. Er soll sie umdrehen und sieht, es ist seine anfangs gezogene Karte.
7. Der Helfer hat sich zu seiner eigenen Verblüffung selbst bezaubert. Voila!

Ein bisschen Mathematik:
Der Helfer landet immer bei derselben Position, egal welche Zahl er wählt:
13 minus die Ziffernsumme von 13 ergibt 9. Aber auch
14 minus die Ziffernsumme von 14 ergibt 9. Und auch
15 minus die Ziffernsumme von 15 ergibt 9, u. s. w.!
Das entspricht immer jener Karte, die zu Beginn an die zehnte Stelle von oben gebracht wurde.

Fast hätt‘ ich’s vergessen:
Bei diesem Kunststück zaubert scheinbar der Zuschauer und nicht der Mathemagier; das ist sehr wirkungsvoll und unterhaltsam!
Man kann das Kunststück ausnahmsweise wiederholen, aber besser in einer leicht abgeänderten Form. Nehmen Sie so das Paket, dass nur sie die Bildseiten sehen können, und bringen sie die zuvor gezogene Spielkarte an die zehnte Stelle von oben. Der Zuschauer weiß nicht, was sie genau gemacht haben. (Professionelle Zauberkünstler würden die Spielkarten dann auch noch scheinbar mischen.) Jetzt fragen Sie ihren Helfer wieder nach einer *beliebigen* Zahl zwischen 10 und 20. Sie zählen die Karten ab, er darf selbst die Ziffernsumme berechnen und wieder so viele Karten vom Stapel nehmen. Die *letzte* Karte ist zur Verblüffung aller die Spielkarte vom *ersten* Kunststück!

9. GEDANKENLESEN – der Buchtest

Gebiet:
Das Dezimalsystem als Stellenwertsystem
Zubehör:
1 Buch, 1 Whiteboard oder die Kreidetafel

Der Effekt (Was man sieht):
Ein Freiwilliger aus dem Publikum merkt sich heimlich ein durch den Zufall bestimmtes Wort in einem Buch. Der Zauberkünstler gibt vor die Gedanken zu lesen, und nennt daraufhin das gedachte Wort.

Die Vorführung (Was man sagt und was man tut):
1. Sie bitten drei Zuseher eine Ziffer von 1 bis 9 zu nennen. Daraus bilden Sie die höchste dreistellige Zahl und schreiben sie an die Tafel.
2. Sie schreiben die Ziffern in umgekehrter Reihenfolge darunter und bitten einen Zuseher, die Zahlen zu subtrahieren. Kontrollieren Sie unbedingt das Rechenergebnis!
3. Jetzt schreiben Sie die Ziffern des Ergebnisses in umgekehrter Reihenfolge darunter und bitten einen Zuseher, diesmal die Zahlen zu addieren.
4. „Das Ergebnis ist eine von den Zusehern durch Zufall bestimmte Zahl“, sagen Sie, „die Sie verwenden wollen, um ein Wort in einem im Klassenraum vorhandenen Buch zu bestimmen.“ Z.B. aus der Zahl 1089 bildet man 108 und 9, für die Seite 108 und für das neunte Wort auf dieser Seite.
5. Sie bitten einen Freiwilligen zu sich, der als Medium wirken soll. Er nimmt sich das Buch, und liest das Wort, ohne dass es andere sehen können. Sie bitten das Medium, sich auf das Wort zu konzentrieren. Nach anfänglichen Fehlversuchen nennen Sie schlussendlich korrekt das 9.Wort auf Seite 108. Lassen Sie sich das vom Medium bestätigen.

Ein bisschen Mathematik:
Der Effekt wäre *echtes* Gedankenlesen, sofern Sie den Inhalt des Buches nicht vorher auswendig gelernt haben. Würden Sie hingegen das Ergebnis der Rechnung beeinflussen können, müssten Sie nur genau dieses eine Wort in einem unbeobachteten Moment vorher selbst nachlesen und nachher den Gedankenleser spielen. Tatsächlich tun Sie genau das! Trotz der drei zufällig gewählten Ziffern ist das Ergebnis bei dem obigen Verfahren immer das gleiche, nämlich 1089.

Jede dreistellige Zahl „abc“ aus den Ziffern a, b und c kann man korrekt in der Form 100a + 10b + c darstellen. Die Zahl „cba“ hat die Form 100c + 10b + a. Berechnet man die Differenz „abc“ – „cba“ ergibt sich 99a – 99c = 99(a-c). Das ist das erste Zwischenergebnis. Es handelt sich also um die Vielfachen von 99. Das sind 99, 198, 297, 396, 495, 594, 693, 792, 891. Bei drei verschiedenen Ziffern a, b, c ist a-c immer größer oder gleich zwei, deshalb interessieren uns nur die Zahlen von 198 bis 891.
Mit diesen wird die Addition „efg“ + “gfe“durchgeführt. Diese Zahlen „efg“ haben die Form 100x + 90 + (9-x)! In umgekehrter Reihenfolge angeschrieben hat „gfe“ die Form (9-x)·100 + 90 + x. Berechnet man damit die Summe [100x + 90 + (9-x)] plus [(9-x)·100 + 90 + x] ist das Ergebnis 99 + 990 = 1089. q.e.d. #

Fast hätt‘ ich’s vergessen:
Dieses Kunststück könnte man zu einem späterem Zeitpunkt mit einem anderen Buch(!) vor gleichem Publikum wieder vorführen. Dadurch wird der Umstand verschleiert, dass wieder mit der Zahl 1089 operiert wird. Das gewählte Wort ist zumindest ein anderes (Wenn Ihnen der Zufall nicht ein Schnippchen schlägt, und im zweiten Buch das gleiche Wort an derselben Stelle steht, Sie Unglücklicher!).
Lassen Sie doch Ihre Oberstufenschüler die Berechnungen mit dreistelligen Zahlen so oft durchführen, bis sie selbst erkennen, dass immer 1089 herauskommt. Danach können Sie ihnen auch

den obigen Beweis zumuten. Viele berühmte Mentalisten wie Hanussen, Dunninger und Kreskin hatten einen Buchtest in ihrem Programm. Jetzt können wir mit Hilfe der Mathematik das scheinbar Unerklärliche erklären.

10. EPILOG

Zaubern im Mathematikunterricht? Ist das einfach nur Unterhaltung? Ich denke, es ist eine Kombination aus Beidem, nämlich Unterricht auf unterhaltsame Art nach der Formel:
Education + Entertainment = Edutainment.
Mit der Vorführung eines Zauberkunststückes im Unterricht leite ich, in Anlehnung an Platon und die sokratische Methode einer didaktischen Gesprächsführung, „die Geburt" bloß ein. Was darauf folgt, ist der eigentlich wesentliche Schritt: Er besteht darin, „das Kind", die mathematische Erkenntnis, zur Welt zur bringen. Im Unterricht bleibt beim Ringen um die mathematische Erkenntnis das Geheimnis eines Zauberkunststückes selbstverständlich kein Geheimnis mehr. Unter Zauberkünstlern gilt diese Art des Unterrichtes übrigens *nicht* als Geheimnisverrat. Wir leisten zwar einen Schweigeeid, wenn wir einem Zauberklub beitreten. Wir verpflichten uns aber auch, unser Wissen an die Zauberlehrlinge, die Schüler des Mathemagiers, weiter zu geben. Das *Laien*publikum hingegen staunt nur und bleibt unwissend.

Ein Tipp:
Befolgen Sie die drei **Newton'schen Axiome der Zauberkunst.**
1# Üben Sie ihre Kunststücke zu Hause vor einem Spiegel.
2# Üben Sie Ihre Kunststücke!
3# Üben Sie!

Noch ein Tipp:
Gerne hilft man Ihnen in diesem Wiener Zauberfachgeschäft weiter: www.trickbox.at
Besuchen Sie auch die Webseite dieses Zauberklubs: www.ibmringvienna.at

Danke für ihr Interesse! Haben Sie etwas vermisst? Schreiben Sie mir bitte, wenn Sie einen mathemagischen Rat brauchen oder eines meiner Kunststücke publizieren wollen, an dieterkadan@gmail.com bzw. Kadan@Mathemagie.at.

Manche mathemagischen Themen kamen aus Zeit- und Platzgründen *noch* nicht vor. Ich würde mich deshalb sehr freuen, Sie bei meinem nächsten Workshop zu sehen. Bis dahin wünsche Ihnen viel Erfolg als Mathemagier,

Ihr
Dieter KADAN
(Dieter K. GOLF, der Mathemagier)

Prof. Mag. Dieter Kadan
Deutsche Schule London
London, im März 2015

LITERATUR

Acheson, David: 1089 oder das Wunder der Zahlen. Eine Reise in die Welt der Mathematik. Köln 2006

Benjamin, Arthur / Shermer, Michael: Secrets of Mental Math. The Mathemagician's Guide to Lightning Calculation and Amazing Mental Math Tricks. New York 2007

Diakonis, Perci / Graham, Ron: Magical Mathematics. The Mathematical Ideas That Animate Great Magic Tricks. Princeton 2011

Erens, Oliver: Zauberei für Dummies. Weinheim 2011

Fulves, Karl: Self-Working Number Magic. 101 Foolproof Tricks. New York 1983

Gardner, Martin: Mathematics, Magic and Mystery. New York 2003

Heath, Royal V.: Mathemagic. Magic, Puzzles and Games with Numbers. New York 2003

Lambacher Schweizer: Mathematik. Band 3 (7. Schuljahr). Schülerbuch. Ausgabe Baden-Württemberg. Klett. Stuttgart 2005

Mulcahy, Colm: Mathematical Card Magic. 52 new effects. New York 2013

Wardle, Chris: Maths Tricks and Number Magic. Great Britain 2014